

中京大学大学院
工学研究科 電気電子工学専攻
修士課程
一般選抜

【専門科目】

試験時間 120分 (10:00～12:00)

《受験上の注意事項》

一般注意

- ① 受験票は、机の右上に置いてください。
- ② 指示があるまで問題を開かないでください。
- ③ すべての解答用紙に、受験番号と氏名を正しく記入してください。
- ④ 解答は、必ず専用の解答用紙に記入してください（問題用紙に記入しても採点されません）。
- ⑤ 特に指示がない限り、解答は日本語で記入してください。
- ⑥ 試験中は監督者の指示に従ってください。
- ⑦ 試験中、質問等がある場合は、手を挙げて監督者に申し出てください。
- ⑧ 試験終了の指示があったら、ただちに解答用紙への記入をやめてください。
- ⑨ 配付した試験問題は、すべて回収します。

問題について

- ① 問題用紙は本紙を含め全7枚あります。開始の合図があったら、まずすべての枚数がそろっているかを確認し、乱丁・落丁がある場合は、手を挙げて監督者に申し出てください。
- ② 【専門科目】は、「数学」「電気・電子回路」「電磁気学」の3科目です。3科目すべて解答してください。
- ③ 解答用紙は6枚配付しています。不足する場合は監督者に申し出てください。「電気・電子回路」の解答は、専用の解答用紙（科目番号があらかじめ②のみになっているものが2枚ある）に記入してください。

机の上に置いて良いもの

- 受験票
- 筆記用具
- 時計（時間を計る以外の機能が付いたものは不可）

※これらのもの以外はカバンの中に入れ、床に置いてください。眼鏡、薬、ハンカチ等を机の上に置くことを希望する場合は、監督者に申し出てください。

一般選抜【専門科目「①数学」】

【①数学】の問題用紙は全 1 ページである。

解答はすべて別紙の解答用紙に記入すること。なお、解答用紙の所定欄に科目番号が印字されているので、科目番号「①」を○印で囲むこと。

解答に際しては、日本語を用いること。

〔I〕 行列 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 4 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 行列 A のすべての固有値を求めよ。
- (2) 行列 A のすべての固有値に対応する固有ベクトルを求めよ。
- (3) 行列 A を対角化する直交行列 P を求めよ。

〔II〕 関数

$$f(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2$$

を制約条件

$$x + y + z = 1$$

のもとで最小化するとき、次の問いに答えよ。

- (1) 制約条件に基づいてラグランジュ関数 $L(x, y, z, \lambda)$ を定義せよ。
- (2) $\frac{\partial L}{\partial x}$, $\frac{\partial L}{\partial y}$, $\frac{\partial L}{\partial z}$, $\frac{\partial L}{\partial \lambda}$ を求めよ。
- (3) 最適化される点 (x, y, z) とその点における関数値 $f(x, y, z)$ を求めよ。

一般選抜【専門科目「②電気・電子回路」】

【②電気・電子回路】の問題用紙は全 4 ページである。
 解答はすべて別紙の解答用紙に記入すること。なお、解答用紙の所定欄に科目番号が印字されているので、科目番号「②」を○印で囲むこと。また問題〔I〕の図については指定された解答用紙を使用すること。

〔I〕 図 I-1 のように、抵抗(resistor) R とコンデンサ(capacitor) C_1 、 C_2 とスイッチ(switch) S からなる回路がある。はじめ、コンデンサ C_1 には電荷 $C_1 v_1$ が蓄えられており、コンデンサ C_2 には電荷 $C_2 v_2$ が蓄えられているものとする。ただし、導線の電気抵抗は無視できるものとする。

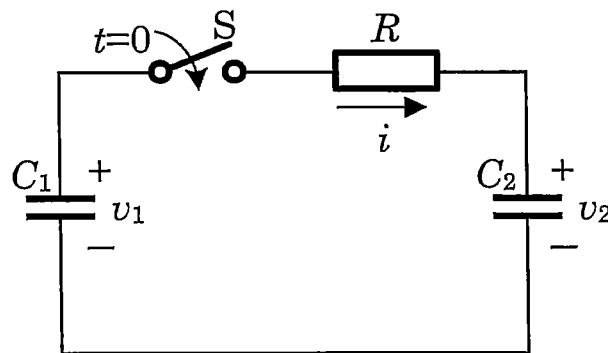


図 I-1

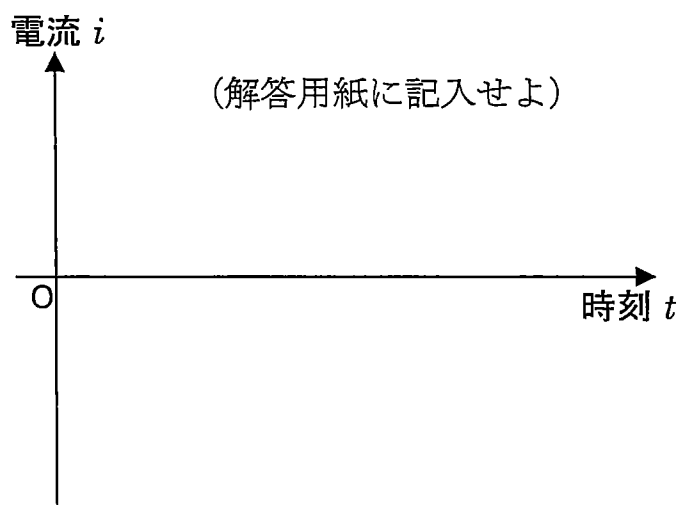
(1) 回路を流れる電流 i について、時刻 $t = 0$ でスイッチを閉じる直前の値 $i(-0)$ と直後の値 $i(+0)$ を示せ。

(2) 時刻 $t = 0$ でスイッチを閉じるとき、回路を流れる電流 $i(t)$ を表す式を導出せよ。(ラプラス変換により導出するときは、次のラプラス変換表を参考にしてよい)。

参考：ラプラス変換表

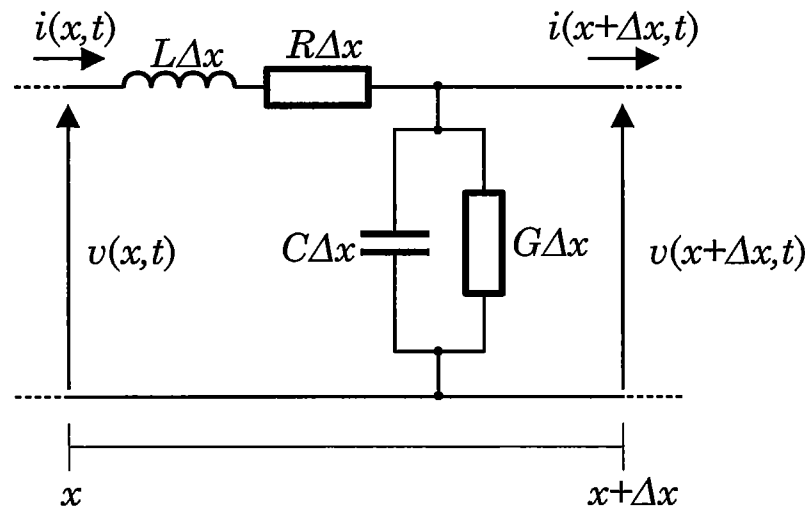
$f(t)$	$F(s)$
$\delta(t)$	1
$u(t)$	$\frac{1}{s}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
$t^n e^{at}$	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
$e^{at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s-a)^2 + \omega^2}$
$e^{at} \cos \omega t$	$\frac{s-a}{(s-a)^2 + \omega^2}$
$e^{at} \sinh bt$	$\frac{b}{(s-a)^2 - b^2}$
$e^{at} \cosh bt$	$\frac{s-a}{(s-a)^2 - b^2}$

(3) $v_1 > v_2$ とするとき、時刻 $t = 0$ 以降の電流 $i(t)$ の応答波形を図示せよ (図中に切片の値も記せ)。



〔Ⅱ〕 図Ⅱ-1のように、平行な2本の導体線からなる伝送線路の等価回路について考える。 L は2本の導体線を往復電流が流れる場合の単位長さあたりのインダクタンス、 C は一方の導体線に正電荷、もう一方の導体線に負電荷が蓄えられたときの単位長さあたりの電気容量、 R は導体部分の単位長さあたりの損失抵抗、 G は線路間に誘電体などが存在した場合の単位長さあたりの損失抵抗である。

いま、伝送線路の長手方向に座標軸 x をとると、座標 x から $x + \Delta x$ までの微小区間について伝送線路における2導体線間の電圧 v と電流 i は位置 x と時間 t によって異なり、座標 x 、 t の関数として $v(x, t)$ 、 $i(x, t)$ と表すことにする。回路素子の値は長さに比例するため、この微小区間 Δx においてインダクタンスを $L\Delta x$ 、抵抗を $R\Delta x$ 、キャパシタンスを $C\Delta x$ 、コンダクタンスを $G\Delta x$ とする。空欄 A ~ F にあてはまる式を答えよ。



図Ⅱ-1

(1) キルヒホッフの電圧則から

$$v(x, t) - v(x + \Delta x, t) = \text{ A }$$

と書ける。これを整理すると、

$$-\frac{v(x + \Delta x, t) - v(x, t)}{\Delta x} = \text{ B }$$

となる。ここで、 $\Delta x \rightarrow 0$ の極限をとると、

$$-\frac{\partial v}{\partial x} = \text{ C } \quad \dots \text{ (式 a)}$$

という偏微分方程式を得る。

これは、線路における電圧の空間的な変化は、抵抗による電圧降下とインダクタンスによる電位差からなることを表している。

(2) 同様に、キルヒホッフの電流則から、

$$i(x, t) - i(x + \Delta x, t) = \text{ D }$$

と書ける。これを整理すると、

$$-\frac{i(x+\Delta x,t)-i(x,t)}{\Delta x} = \boxed{E}$$

となる。ここで、 $\Delta x \rightarrow 0$ の極限をとると、

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = \boxed{F} \quad \dots \text{(式 b)}$$

という偏微分方程式を得る。

これは、線路における電流の空間的な変化は、コンダクタンスによる漏れ電流とコンデンサによる充電電流（変位電流）からなることを表している。

- (3) これらの2つの偏微分方程式から、(式 a) を偏微分し、(式 b) を代入して電流*i*を消去すると、電圧*v*だけで表される次式が得られる。

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \boxed{G} \quad \dots \text{(式 c)}$$

- (4) 同様に、電圧*v*を消去すると、前式と同様の形の電流*i*だけの次式が得られる。

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = \boxed{H}$$

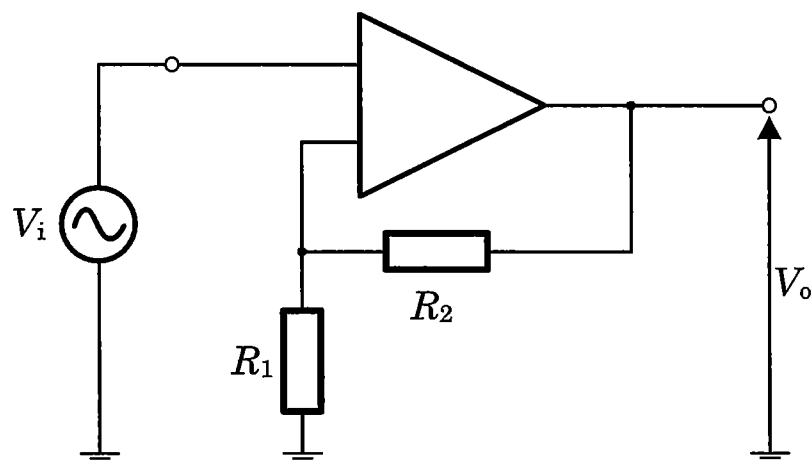
- (5) ここで、(式 c) について分布定数線路が無損失であることを想定して $R = G = 0$ とすると、電圧や電流の波が伝搬する現象を表す次の波動方程式を得る。

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \boxed{I}$$

- (6) また、 $L = G = 0$ とすると、右辺が時間の1階微分の方程式となり、熱の拡散現象などを表す拡散方程式が得られる。

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \boxed{J}$$

〔Ⅲ〕 図Ⅲ-1のように、理想的な演算増幅器 (operational amplifier) と2つの抵抗 (resistor) R_1 、 R_2 で構成された回路がある。ただし、導線の電気抵抗は無視できるものとする。

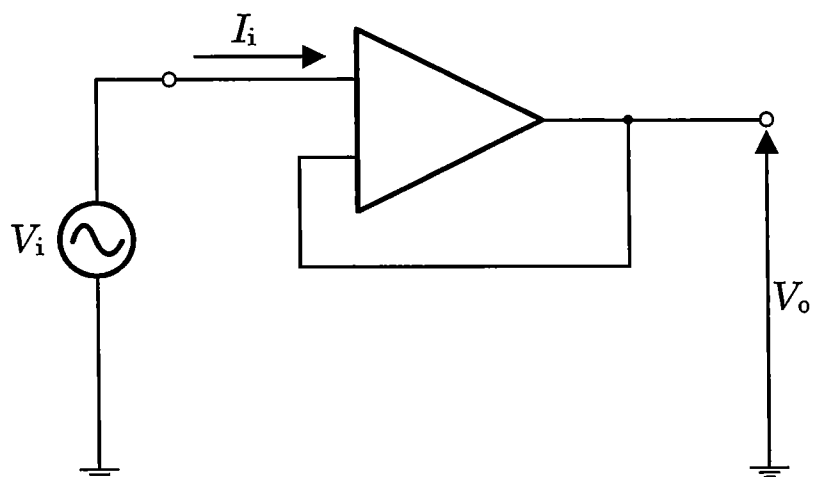


図Ⅲ-1

(1) 出力電圧 V_o を、入力電圧 V_i および抵抗 R_1 、 R_2 を用いて表せ。

(2) この回路の電圧増幅率を求めよ。

(3) 以上のことを踏まえて、図Ⅲ-2に示すボルテージフォロワ回路 (Voltage follower circuit) の電圧増幅率を求めよ。ここで、理想的な演算増幅器は入力電流 $I_i = 0$ であることを考慮してよい。



図Ⅲ-2

一般選抜【専門科目「③電磁気学」】

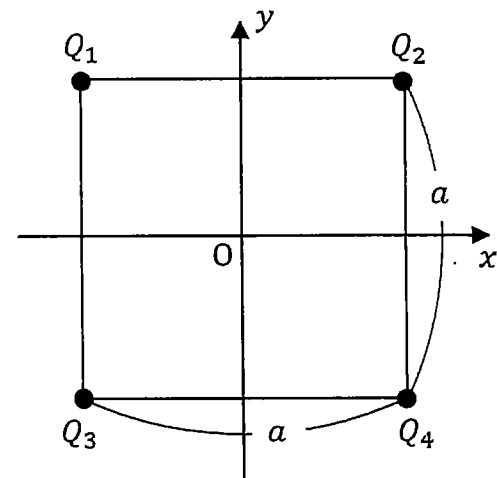
【③電磁気学】の問題用紙は全1ページである。
 解答はすべて別紙の解答用紙に記入すること。なお、解答用紙の所定欄に科目番号が印字されているので、科目番号「③」を○印で囲むこと。

解答に際しては、日本語を使用すること。

〔I〕 図に示すように、真空中に一辺の長さが $a = 5.0 \times 10^8 \text{m}$ の正方形の頂点に点電荷 $Q_1 = 13\text{C}$ 、 $Q_2 = -23\text{C}$ 、 $Q_3 = 16\text{C}$ 、 $Q_4 = 14\text{C}$ が置かれている。

(a) 正方形の中心 O の電位を求めよ。ただし、真空中の誘電率は $\epsilon_0 \doteq 8.85 \times 10^{-12} \text{F/m}$ とする。

(b) 中心 O を通る等電位線に囲まれる点電荷は $Q_1 \sim Q_4$ のいずれか答えよ。また、その等電位線を概略図で描け。



〔II〕 図に示すように、間隔 $d[\text{m}]$ 、面積 $S[\text{m}^2]$ の平行平板電極間に誘電率が $\epsilon_1, \epsilon_2 [\text{F/m}]$ の誘電体が、電極と垂直に境界面が接するように挿入されている。 ϵ_1 の誘電体が挿入された極板の面積を $S_1[\text{m}^2]$ 、 ϵ_2 の誘電体が挿入された極板の面積を $S - S_1[\text{m}^2]$ とする。

(a) 平行平板電極間に $V[\text{V}]$ の電位差があるとき、それぞれの誘電体内部の電界 E_1, E_2 と電束密度 D_1, D_2 、分極 P_1, P_2 を求めよ。ただし、端部での電界の乱れは無いものとし、真空中の誘電率は $\epsilon_0 [\text{F/m}]$ とする。

(b) 平行平板電極間に蓄えられるエネルギーの大きさを求めよ。

(c) 平行平板電極の極板の面積 S_1 を $S/2$ とするとき、この平行平板電極の静電容量は、面積が $S/2$ の2つのコンデンサを並列に接続した場合の合成容量に等しいことを示せ。

