数学

出題の意図

工学および機械システム工学にかかわる基礎知識として重要な数学について、偏微分、線形代数、常微分方程式の解法に関する知識や計算力について問う問題を出題しました。

模範解答

〔Ⅰ〕

$$z = x^2y + 2x + y^2 - 3$$

について、

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2xy + 2, \qquad \frac{\partial z}{\partial y} = 2y + x^2$$

$$f(-1,2) = (-1)^2 \times 2 - 2 + 4 - 3 = 1$$

から、点$(-1, 2, 1)$でのこれらの値は、

$$\frac{\partial f}{\partial x}(-1,2) = -2 \times 2 + 2 = -2, \qquad \frac{\partial f}{\partial y}(-1,2) = 4 + 1 = 5$$

より、接平面の方程式は、

$$z = f(a,b) + \frac{\partial f}{\partial x}(a,b)(x-a) + \frac{\partial f}{\partial y}(a,b)(y-b) = 1 - 2 \times (x+1) + 5 \times (y-2)$$

$$= 1 - 2x - 2 + 5y - 10 = -2x + 5y - 9$$

〔Ⅱ〕

(1) 連立方程式$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 4 & 2 \\ 3 & -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

の係数行列$\mathbf{A}$が正則であるか行列式を使って求める。

$$|\mathbf{A}| = \begin{vmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 4 & 2 \\ 3 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 1 \times \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} - 2 \times \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} + 3 \times \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= 1 \times (-8+2) - 2 \times (-8+3) + 3 \times (8-12) = -6 + 10 - 12 = -8 \neq 0$$

より、係数行列$\mathbf{A}$は正則である。

(2) 拡大係数行列をつくり、行列操作を行う。前進消去で係数行列部分を上三角行列になるまで行列操作をすると、

$$\left[\begin{array}{ccc:c} 1 & 4 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 2 & 2 \\ 3 & -1 & -2 & -3 \end{array}\right] \to \left[\begin{array}{ccc:c} 1 & 4 & 3 & 1 \\ 0 & -4 & -4 & 0 \\ 0 & -13 & -11 & -6 \end{array}\right] \to \left[\begin{array}{ccc:c} 1 & 4 & 3 & 1 \\ 0 & -4 & -4 & 0 \\ 0 & -13 & -11 & -6 \end{array}\right] \to \left[\begin{array}{ccc:c} 1 & 4 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -13 & -11 & -6 \end{array}\right]$$

$$\to \left[\begin{array}{ccc:c} 1 & 4 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -6 \end{array}\right]$$

後退代入より、解を求めると、

$$x_3 = -\frac{5}{2} = -3$$

$$x_2 = -x_3 = 3$$

$$x_1 = 1 - 4x_2 - 3x_3 = 1 - 12 + 9 = -2$$

より、

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix}$$

〔Ⅲ〕

$$\frac{dy}{dx} + 2xy = 4x$$

一般解は公式より、

$$P(x) = \int 2x dx = x^2$$

$$y = e^{-x^2}\left\{\int 4xe^{x^2}dx + C\right\} \quad (Cは定数)$$

$x^2 = t$とおけば、$2x = \frac{dt}{dx}$より、一般解は

$$y = 2e^{-x^2}\left\{\int e^t dt + C\right\} = 2e^{-x^2}(e^t + C) = 2 + 2Ce^{-x^2}$$

初期条件 $y(0) = 3$より、

$$3 = 2 + 2Ce^0,\quad 3 - 2 = 2C$$

より、

$$y = 2 + e^{-x^2}$$

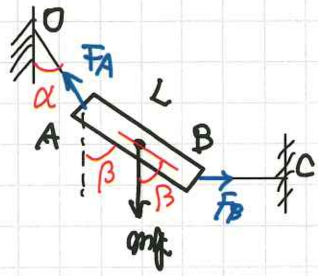
機械システム

【出題の意図】

[I]では機械力学の基礎となる静力学の理解度を問う．[II]では同様に動力学の基礎を問う．[III]では機械力学に必要なベクトル解析の理解度を問う．

一般選抜 専門科目② 機械システム

[I] 全部で30点



(1) 10点 x方向のつり合い: $-F_A\sin\alpha + F_B = 0$ …①

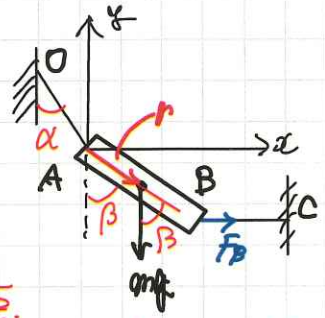
◎式の全体的にマイナスがかかっていてもOK

◎ $\sin\theta \to \cos\theta$ の場合は5点

(2) 10点 y方向のつり合い: $F_A\cos\alpha - mg = 0$ …②

◎式の全体的にマイナスがかかっていてもOK

◎ $\cos\theta \to \sin\theta$ の場合は5点



(3) 10点 点AまわりなのでF_Aに関するモーメントはゼロ

mgの作用点への位置ベクトルをrとすると $r = \begin{pmatrix} \frac{l}{2}\sin\beta \\ -\frac{l}{2}\cos\beta \end{pmatrix}$ ← 2点

(・sinとcosが逆なら1点 ・プラス・マイナス間違い1点)

また、$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} L\sin\beta \\ -L\cos\beta \end{pmatrix}$ ← 2点

(・sinとcosが逆なら1点 ・プラス・マイナス間違い1点)

$$M = \underbrace{\left(\frac{L}{2}\sin\beta\cdot(-mg) - L\sin\beta\cdot 0\right)}_{mg\text{のモーメント}} + \underbrace{\left(L\sin\theta\cdot 0 - (-L\cos\beta)\cdot F_B\right)}_{F_B\text{のモーメント}} = 0$$

(F_Aのモーメントはゼロ)

$$= -\frac{Lmg}{2}\sin\beta + LF_B\cos\beta = 0$$

…③

モーメント(外積)の公式より
位置ベクトル $\begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix}$,
力ベクトル $\begin{pmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \end{pmatrix}$ に対し、
$$M = \Sigma(x_i F_{iy} - y_i F_{ix})$$

☆問題は「つり合い式を求めよ」なのでここまででOK

◎作用点までの位置が明示されていれば各1点 (rと$\overrightarrow{AB}$で計2点)

[II] 全部で40点.

(1) 10点. $\tau(t) = I\ddot{\theta}(t)$ または $\tau(t) = I\dfrac{d^2\theta(t)}{dt^2}$

◎ $\tau(t) = I\theta''(t)$ でも OKとする(10点)

◎ "(t)" は省略していてもOK

◎ $\tau(t) = I\dot{\omega}(t)$ や $I\dfrac{d\omega(t)}{dt}$ や $I\omega'$ は5点とする

(2) 10点. エネルギをJとすると $J = T\theta(t)$

◎ "(t)"は省略OK

◎ $J = \tau(t)\theta(t)$ でも OKと

(3) 10点. $\tau(t) = I\ddot{\theta}(t) + k\theta(t)$

◎ $\tau(t) = I\theta''(t)$ でも OKとする(10点)

◎ "(t)" は省略していてもOK

◎ $I\dot{\omega}(t)$ や $I\dfrac{d\omega(t)}{dt}$ や $I\omega'$ を用いて表現している場合には、運動方程式が
あっていれば5点とする

◎ $\tau(t) = k\theta(t)$ だけの場合はおまけで2点.

(4) 10点. 力学的エネルギーの総和をJとすると $J = \frac{1}{2}I\dot{\theta}(t) + \frac{1}{2}k\theta^2(t)$

又は

$J = \frac{1}{2}\frac{T^2}{k}$ でもOKとする

◎ $\ddot{\theta}(t)$でなく、$\theta''(t)$ でも OKとする(10点)

◎ "(t)" は省略していてもOK

◎ $\dot{\omega}(t)$ や $\dfrac{d\omega(t)}{dt}$ や ω' を用いて表現している場合には、式
あっていれば5点とする

◎ $\frac{1}{2}k\theta^2(t)$ だけの場合はおまけで2点.

(初期条件 $T = k\theta(0)$ より $\theta_0 = \dfrac{T}{k}$

このときにバネに与えられるエネルギは $\frac{1}{2}k\theta_0^2 = \frac{1}{2}k\left(\frac{T^2}{k^2}\right)$

$= \frac{1}{2}\frac{T^2}{k}$)

[四] 全部で30点

(1) 4点 位置ベクトル$\overrightarrow{OA}$は 点A$\begin{pmatrix}2\\3\\5\end{pmatrix}$より. $\overrightarrow{OA}=\begin{pmatrix}2\\3\\5\end{pmatrix}$

もしくは 横ベクトルや基本ベクトルを用いて $(2,3,5)$や $2\mathbf{i}+3\mathbf{j}+5\mathbf{k}$ でもOK

◎ 部分点なし

(2) 6点 最初に$\overrightarrow{AB}$を求める。 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=\begin{pmatrix}3\\5\\0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2\\3\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\2\\-5\end{pmatrix}$

次に$|\overrightarrow{AB}|$を求めると

$$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{1^2+2^2+(-5)^2}=\sqrt{30}$$

従って $\overrightarrow{AB}$の単位ベクトルは

$$\frac{1}{\sqrt{30}}\begin{pmatrix}1\\2\\-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{30}}\\\frac{2}{\sqrt{30}}\\-\frac{5}{\sqrt{30}}\end{pmatrix}$$

どちらでもOK

さらに有理化しwithin、小数を使って近似でもOK

◎ $\overrightarrow{AB}$ができて 2点

◎ $|\overrightarrow{AB}|$ができて 2点

◎ 横ベクトルや基本ベクトルでの表記でもOK

(3) 10点 力Pのベクトル表現は(3)の単位ベクトルにPの大きさを掛ければいいので

Pの大きさが10[N]なので $\mathbf{P}=10\times\frac{1}{\sqrt{30}}\begin{pmatrix}1\\2\\-5\end{pmatrix}=\frac{10}{\sqrt{30}}\begin{pmatrix}1\\2\\-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{10}{\sqrt{30}}\\\frac{20}{\sqrt{30}}\\-\frac{50}{\sqrt{30}}\end{pmatrix}$

◎ 部分点なし

どちらでもOK

さらに有理化したり、小数を使って近似でもOK

(4) モーメントは(1)と(3)のベクトルの外積で計算できるので モーメントベクトルをMとすると

$$M=\overrightarrow{OA}\times\mathbf{P}=\begin{pmatrix}2\\3\\5\end{pmatrix}\times\frac{10}{\sqrt{30}}\begin{pmatrix}1\\2\\-5\end{pmatrix}$$

◎ 部分点なし

$$=\frac{10}{\sqrt{30}}\begin{vmatrix}\mathbf{i}&\mathbf{j}&\mathbf{k}\\2&3&5\\1&2&-5\end{vmatrix}=\frac{10}{\sqrt{30}}\begin{pmatrix}-25\\15\\1\end{pmatrix}=\frac{\sqrt{30}}{3}\begin{pmatrix}-25\\15\\1\end{pmatrix}$$

$\frac{10}{\sqrt{30}}=\frac{10}{30}\sqrt{30}=\frac{\sqrt{30}}{3}$

$\frac{10}{\sqrt{30}}=\frac{10}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{6}}=\frac{10\sqrt{5}}{5\cdot\sqrt{6}}=2\sqrt{\frac{5}{6}}$

さらに有理化したり、小数を使って近似でもOK
(数学的に等価ならOK)

プログラミング

解答用紙　2026年度大学院入試　工学研究科＜機械ｼｽﾃﾑ工学専攻＞修士課程（前期日程）

出題の意図

〔Ⅰ〕～〔Ⅲ〕

本問題では，Cプログラミングにおける変数とアドレスの関係，コードの読解力，ソート，リスト構造に関する問題を題材として，機械システム工学分野の研究推進に必要な，プログラミング，およびアルゴリズムとデータ構造に関する知識を問うことを意図した。

一般選抜【専門科目】

この用紙に解答する科目の番号を〇印で囲むこと

①　②　③

以下の余白に、上記枠内に〇印で囲んだ科目の問題番号および解答を記入すること。
上記枠内に〇印で囲んだ科目の解答用紙の枚数を記入すること（全２枚の場合は２と記入)。
すべての解答用紙に受験番号（８桁）と氏名を記入すること。

〔I〕

(1)	61（4 点）	(2)	0x00008B75C（4 点）
(3)	0x00008B75E（4 点）	(4)	0x00008B760（4 点）
(5)	43（4 点）	(6)	21 51 43 51 61（4 点）
(3)	ある関数内で main 関数の変数の値を変更したいとき，その変数のアドレスをその関数に渡す. ある関数内で main 関数の変数の値を利用したいとき，その変数の実体を渡すのではなく，アドレスを渡すことによって，メモリの使用量を削減できる．など. （6 点）		

〔II〕

(1)	bin[data[i]] = 1;　(10 点)

(2)	data[n] = i;
	n++;
	(10 点)

(3)	関数 bin_sort 内でソート結果を登録するときに変数 bin の参照順序を逆，すなわち bin[M-1]～bin[0]になるように変更する. 同様の効果が得られる他の方法も正解. (10 点)

解答用紙　全　2　枚中　1　枚目

受験番号		氏名	

得点

〔Ⅲ〕

(1)	利点：動的に要素数を増加させることができるので，保存するデータ数が変動する事例を取り扱える．このため，メモリ効率がよい． 欠点：ランダムアクセス，すなわち特定の要素に O(1) でアクセスできない．連結リストの場合はシーケンシャルアクセスになるので，データ数 n に対して O(n) となる．など． （10 点）

(2) あ	header->next （5 点）	(2) い	a （5 点）
(3) う	NULL （5 点）	(3) え	q = q->next; （5 点）
(4)	40　30 60 70 （10 点）		

解答用紙　全　2　枚中　2　枚目

受験番号		氏名	

得点